

Δ. Χτύπημα λέιζερ (Laser Strike)

Όνομα προβλήματος	Χτύπημα λέιζερ
Χρονικό Όριο	3 δευτερόλεπτα
Όριο μνήμης	1 gigabyte

Η Άννα και η φίλη της η Κατερίνα ανακάλυψαν πρόσφατα ένα νέο επιτραπέζιο παιχνίδι που έχει γίνει το αγαπημένο τους: το Laser Strike. Σε αυτό το παιχνίδι, οι δύο παίκτες συνεργάζονται για να αφαιρέσουν N κομμάτια από το ταμπλό. Το παιχνίδι εξελίσσεται σε δύο φάσεις. Το πρόβλημα είναι ότι η Κατερίνα θα έχει περιορισμένη πληροφόρηση για το παιχνίδι. Για να κερδίσουν το παιχνίδι, η Άννα και η Κατερίνα πρέπει να συνεργαστούν, επικοινωνώντας όσο το δυνατόν λιγότερο.

Υπάρχουν N μοναδικά κομμάτια στο ταμπλό, αριθμημένα από 0 έως $N - 1$. Και οι δύο παίκτες μπορούν να δουν αυτά τα κομμάτια. Υπάρχουν επίσης $N - 1$ συνδέσεις μεταξύ ζευγών κομματιών, έτσι ώστε να είναι δυνατή η πρόσβαση σε οποιοδήποτε κομμάτι από οποιοδήποτε άλλο κομμάτι ακολουθώντας αυτές τις συνδέσεις. Με άλλα λόγια, αυτές οι συνδέσεις σχηματίζουν ένα δέντρο. **Μόνο η Άννα μπορεί να δει αυτές τις συνδέσεις. Η Κατερίνα δεν τις γνωρίζει.**

Στην πρώτη φάση του παιχνιδιού, η Άννα αποφασίζει με μια σειρά $\ell_0, \ell_1, \dots, \ell_{N-2}$ ποια κομμάτια πρέπει να αφαιρεθούν, μέχρι να μείνει μόνο ένα. Αυτή η σειρά θα κρατηθεί μυστική από την Κατερίνα. Εάν καταφέρει να την αναπαράγει, θα κερδίσουν το παιχνίδι. Η αφαίρεση κομματιών πρέπει να ικανοποιεί τον ακόλουθο κανόνα: κάθε φορά που αφαιρείται ένα κομμάτι, πρέπει να συνδέεται με ακριβώς ένα από τα κομμάτια που παραμένουν. Με άλλα λόγια, το κομμάτι που αφαιρέθηκε πρέπει να είναι ένα φύλλο του δέντρου που σχηματίζεται από τα υπόλοιπα κομμάτια και τον εαυτό του. Αφού αφαιρεθούν τα $N - 1$ κομμάτια, το τελευταίο κομμάτι αφαιρείται αυτόματα και οι παίκτες κερδίζουν. Η Άννα πρέπει να επιλέξει μια σειρά που να αντιστοιχεί στον παραπάνω κανόνα.

Η Άννα θα γράψει επίσης ένα μήνυμα στην Κατερίνα, με τη μορφή δυαδικής συμβολοσειράς. Η Άννα μπορεί να επιλέξει πόσο μεγάλο θα είναι αυτό το μήνυμα – αλλά όσο πιο σύντομο είναι, τόσο περισσότερους πόντους θα κερδίσει.

Μετά από αυτό, ξεκινά η δεύτερη φάση του παιχνιδιού. Ο στόχος του παιχνιδιού είναι η Κατερίνα να αφαιρέσει $N - 1$ κομμάτια από το ταμπλό με τη σειρά $\ell_0, \ell_1, \dots, \ell_{N-2}$. Θα κάνει $N - 1$

κινήσεις. Πριν από την κίνηση i , η Άννα λέει στην Κατερίνα ένα ζεύγος ακεραίων a, b με τις ακόλουθες ιδιότητες:

- $a < b$
- υπάρχει ακμή με αριθμούς a και b και
- είτε το a είτε το b είναι το σωστό κομμάτι ℓ_i , το οποίο πρέπει να αφαιρεθεί σε αυτήν την κίνηση.

Σημειώστε ότι για την Άννα η σύνδεση (a, b) καθορίζεται μοναδικά από το φύλλο ℓ_i στο τρέχον δέντρο.

Στη συνέχεια, η Κατερίνα αφαιρεί είτε το a είτε το b από τον πίνακα. Αν αυτό ήταν το σωστό κομμάτι – δηλαδή, το ℓ_i – θα συνεχίσουν να παίζουν. Διαφορετικά χάνουν το παιχνίδι.

Η αποστολή σου είναι να εφαρμόσεις τις στρατηγικές της Άννας και της Κατερίνας, έτσι ώστε να κερδίσουν το παιχνίδι.

Το πρόγραμμά σας θα βαθμολογηθεί ανάλογα με το μήκος του μηνύματος που γράφει η Άννα στην πρώτη φάση του παιχνιδιού.

Υλοποίηση

Αυτό είναι ένα πρόβλημα πολλαπλών εκτελέσεων, που σημαίνει ότι το πρόγραμμά σας θα εκτελεστεί δύο φορές. Η πρώτη εκτέλεση θα πρέπει να εφαρμόσει τη στρατηγική της Άννας, για την πρώτη φάση του παιχνιδιού. Μετά από αυτό, θα πρέπει να εφαρμόσει τη στρατηγική της Κατερίνας, για τη δεύτερη φάση του παιχνιδιού.

Η πρώτη γραμμή της εισόδου περιέχει δύο ακέραιους αριθμούς, P και N , όπου P είναι είτε 1 είτε 2 (πρώτη ή δεύτερη φάση), και N είναι ο αριθμός των κομματιών.

Η παρακάτω είσοδος εξαρτάται από τη φάση:

Φάση 1: Άννα

Μετά την πρώτη γραμμή (όπως περιγράφεται παραπάνω), οι επόμενες $N - 1$ γραμμές της εισόδου περιγράφουν το δέντρο. Κάθε γραμμή περιέχει δύο αριθμούς, a και b ($0 \leq a < b \leq N - 1$), που υποδεικνύουν μια σύνδεση μεταξύ των κομματιών a και b .

Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να ξεκινήσει εξάγοντας μια δυαδική συμβολοσειρά με το πολύ 1 000 χαρακτήρες, ο καθένας 0 ή 1, το μήνυμα που γράφτηκε από την Άννα. Σημειώστε ότι για να δημιουργήσετε μια συμβολοσειρά μήκους 0, πρέπει να εξάγετε μια κενή γραμμή.

Μετά από αυτό, θα πρέπει να εξάγει $N - 1$ ακέραιους αριθμούς $\ell_0, \ell_1, \dots, \ell_{N-2}$ σε ξεχωριστές γραμμές, υποδεικνύοντας τη σειρά με την οποία η Άννα θέλει να αφαιρέσει τα φύλλα του δέντρου. Η σειρά πρέπει να είναι τέτοια ώστε αν τα κομμάτια αφαιρεθούν ένα προς ένα από το

δέντρο με αυτή τη σειρά, το κομμάτι που αφαιρείται πρέπει πάντα να είναι ένα φύλλο, δηλαδή, το δέντρο πρέπει πάντα να παραμένει συνδεδεμένο.

Φάση 2: Κατερίνα

Μετά την πρώτη γραμμή (όπως περιγράφεται παραπάνω), η επόμενη γραμμή εισόδου περιέχει τη δυαδική συμβολοσειρά (το μήνυμα της Άννας) από τη Φάση 1.

Μετά από αυτό, θα υπάρξουν $N - 1$ γύροι αλληλεπίδρασης, ένας για κάθε κίνηση της Κατερίνας.

Στην i -οστή κίνηση, το πρόγραμμά σας θα πρέπει πρώτα να διαβάσει δύο αριθμούς, a και b ($0 \leq a < b \leq N - 1$). Ένα από αυτά τα κομμάτια είναι το φύλλο ℓ_i στη σειρά της Άννας και το άλλο κομμάτι είναι το μόνο κομμάτι που παραμένει και συνδέεται με το ℓ_i . Στη συνέχεια, το πρόγραμμά σας θα πρέπει να εμφανίσει την τιμή ℓ_i , υποδεικνύοντας ότι η Κατερίνα αφαιρεί αυτό το φύλλο. Εάν το πρόγραμμά σας δεν εκτυπώσει το σωστό φύλλο ℓ_i , τα κορίτσια χάνουν το παιχνίδι και η υποβολή σας θα κριθεί ως Λάθος Απάντηση (*Wrong Answer*) για αυτή την περίπτωση δοκιμής (test case).

Λεπτομέρειες

Εάν το άθροισμα των χρόνων εκτέλεσης των δύο ξεχωριστών εκτελέσεων του προγράμματός σας υπερβαίνει το χρονικό όριο, η υποβολή σας θα θεωρηθεί ως Υπέρβαση Χρονικού Ορίου (*Time Limit Exceeded*).

Βεβαιωθείτε ότι έχετε αδειάσει (flush) την τυπική έξοδο μετά την εκτύπωση κάθε γραμμής, διαφορετικά το πρόγραμμά σας ενδέχεται να κριθεί ως Time Limit Exceeded. Στην Python, αυτό συμβαίνει αυτόματα εφόσον χρησιμοποιείτε `input()` για την ανάγνωση γραμμών. Στην C++, η `cout << endl;` εκτελεί εκτός από το άδειασμα (flushing) και την εκτύπωση μιας νέας γραμμής. Εάν χρησιμοποιείτε την εντολή `printf`, τότε για το άδειασμα της τυπικής εξόδου χρησιμοποιήστε την εντολή `fflush(stdout);`. Σημειώστε ότι η σωστή ανάγνωση μιας κενής συμβολοσειράς μπορεί να είναι παραπλανητική. Τα παρεχόμενα πρότυπα (templates) χειρίζονται αυτήν την περίπτωση σωστά.

Περιορισμοί και Βαθμολογία

- $N = 1\,000$
- $0 \leq a < b \leq N - 1$ για όλες τις συνδέσεις.

Η λύση σας θα δοκιμαστεί σε ένα σύνολο ομάδων δοκιμών (test groups), καθεμία από τις οποίες θα έχει έναν αριθμό πόντων. Κάθε ομάδα δοκιμών περιέχει ένα σύνολο περιπτώσεων δοκιμών (test cases). Για να λάβετε τους πόντους για μια ομάδα δοκιμών, πρέπει να λύσετε όλες τις περιπτώσεις δοκιμών στην ομάδα δοκιμής.

Ομάδα	Μέγιστη βαθμολογία	Περιορισμοί
1	8	Το δέντρο είναι ένα αστέρι. Δηλαδή, όλοι οι κόμβοι εκτός από έναν, είναι φύλλα.
2	9	Το δέντρο είναι μια γραμμή. Δηλαδή, όλοι οι κόμβοι, εκτός από δύο κόμβους φύλλων, έχουν ακριβώς δύο γειτονικούς κόμβους.
3	21	Το δέντρο είναι ένα αστέρι από το οποίο ξεκινούν ακμές. Δηλαδή, όλοι οι κόμβοι έχουν έναν ή δύο γειτονικούς κόμβους, εκτός από έναν που έχει περισσότερους από δύο γειτονικούς κόμβους.
4	36	Η απόσταση μεταξύ οποιωνδήποτε δύο κόμβων είναι το πολύ 10.
5	26	Χωρίς πρόσθετους περιορισμούς.

Για κάθε ομάδα δοκιμών που το πρόγραμμά σας λύνει σωστά, θα λάβετε μια βαθμολογία με βάση τον ακόλουθο τύπο:

$$\text{score} = S_g \cdot (1 - 0.3 \cdot \log_{10} \max(K, 1)),$$

όπου S_g είναι η μέγιστη βαθμολογία για την ομάδα δοκιμής, και K είναι το μέγιστο μήκος του μηνύματος της Άννας που απαιτείται για οποιαδήποτε περίπτωση δοκιμής στην ομάδα δοκιμής.

Η βαθμολογία σας για κάθε ομάδα δοκιμής θα στρογγυλοποιηθεί στον πλησιέστερο ακέραιο αριθμό.

Ο παρακάτω πίνακας δείχνει τον αριθμό των πόντων, για μερικές τιμές του K , που θα λάβει το πρόγραμμά σας αν λύσει όλες τις ομάδες δοκιμών για αυτό το K . Συγκεκριμένα, για να επιτύχετε βαθμολογία 100, η λύση σας πρέπει να λύσει κάθε δοκιμαστική περίπτωση με $K \leq 1$.

K	1	5	10	50	100	500	1000
Βαθμολογία	100	79	70	49	39	20	11

Εργαλείο δοκιμής (Testing Tool)

Για να διευκολύνουμε τον έλεγχο της λύσης σας, σας παρέχουμε ένα απλό εργαλείο που μπορείτε να κατεβάσετε. Δείτε τα «συνημμένα» στο κάτω μέρος της σελίδας προβλημάτων του Kattis. Η χρήση του εργαλείου είναι προαιρετική. Σημειώστε ότι ο επίσημος βαθμολογητής του Kattis διαφέρει από το παρεχόμενο εργαλείο δοκιμών..

Για να χρησιμοποιήσετε το εργαλείο, δημιουργήστε ένα αρχείο εισόδου, όπως το "sample1.in", το οποίο θα πρέπει να ξεκινά με έναν αριθμό N ακολουθούμενο από γραμμές $N - 1$ που περιγράφουν το δέντρο, στην ίδια μορφή όπως στη Φάση 1. Για παράδειγμα, για το παρακάτω δείγμα:

```
7
0 1
1 2
2 3
0 4
0 6
1 5
```

Για προγράμματα Python, έστω `solution.py` (κανονικά εκτελείται ως `pypy3 solution.py`), εκτελέστε:

```
python3 testing_tool.py pypy3 solution.py < sample1.in
```

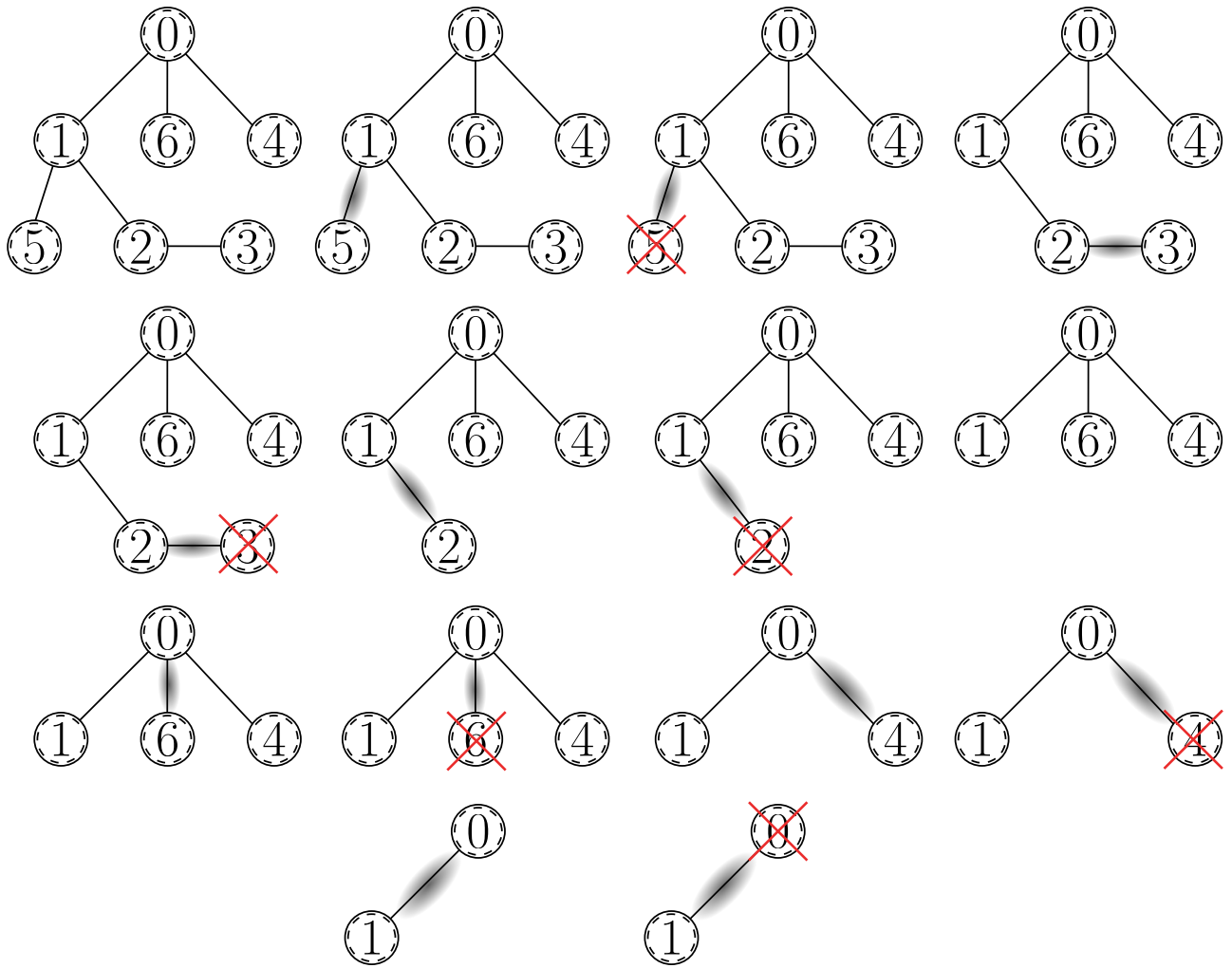
Για προγράμματα C++, πρώτα κάντε μεταγλώττιση (π.χ. με `g++ -g -O2 -std=gnu++23 -static solution.cpp -o solution.out`) και μετά εκτελέστε:

```
python3 testing_tool.py ./solution.out < sample1.in
```

Παράδειγμα

Σημειώστε ότι το δείγμα σε αυτήν την ενότητα, για λόγους απλότητας έχει $N = 7$ και επομένως δεν αποτελεί έγκυρη περίπτωση δοκιμής. Δεν αναμένεται ότι το πρόγραμμά σας θα είναι σε θέση να λύσει αυτήν την περίπτωση. Όλες οι περιπτώσεις δοκιμών στον βαθμολογητή θα έχουν $N = 1000$.

Στο δείγμα, δίνεται στην Άννα το ακόλουθο δέντρο. Στην πρώτη φάση, η Άννα διαβάζει το δέντρο, επιλέγει μια δυαδική συμβολοσειρά "0110" για να την στείλει στην Κατερίνα και επίσης επιλέγει μια εντολή $[\ell_0, \ell_1, \dots, \ell_{N-2}] = [5, 3, 2, 6, 4, 0]$ της οποίας τα κομμάτια πρέπει να αφαιρεθούν από το δέντρο. Στη δεύτερη φάση, η Κατερίνα λαμβάνει τη συμβολοσειρά "0110" που στάλθηκε στην πρώτη φάση. Στη συνέχεια, λαμβάνει το ζεύγος (1, 5) και αποφασίζει να αφαιρέσει την κορυφή 5, η οποία είναι πράγματι το φύλλο. Για την επόμενη κίνηση, λαμβάνει το ζεύγος (2, 3) και αφαιρεί το φύλλο 3, και ούτω καθεξής. Οι παρακάτω εικόνες απεικονίζουν τις αλληλεπιδράσεις:



έξοδος βαθμολογητή	η έξοδός σας
1 7	
0 1	
1 2	
2 3	
0 4	
0 6	
1 5	
	0110
	5
	3
	2
	6
	4
	0

έξοδος βαθμολογητή	η δική σας έξοδος
2 7	
0110	
1 5	
	5
2 3	
	3
1 2	
	2
0 6	
	6
0 4	
	4
0 1	
	0