

游览计划

郭华阳

题意简述

- 给出一个 $N \times M$ 的加权非负矩阵
- 要求从中选出一些方格使得：
 - 任意两个0权方格之间存在一条由选出方格组成的路径
 - 选出的所有方格权和最小
- 范围： $N, M, K(0\text{权方格数目}) \leq 10$

得分情况

- 100分选手

- 周冬、陈丹琪、俞华程、张煜承、郑墩、方戈
- 金斌、漆子超、阳煜东、李远韬

- 平均分

- 正式营员 64.25
- 非正式营员 35.10

算法讨论

- 搜索?
- 贪心?
- 动态规划?

特殊数据

- $K \leq 2$, 最短路
- $N \times M \leq 20$, 枚举每个方格是否被选择
- $K \leq 3$, 枚举两个点, 最短路

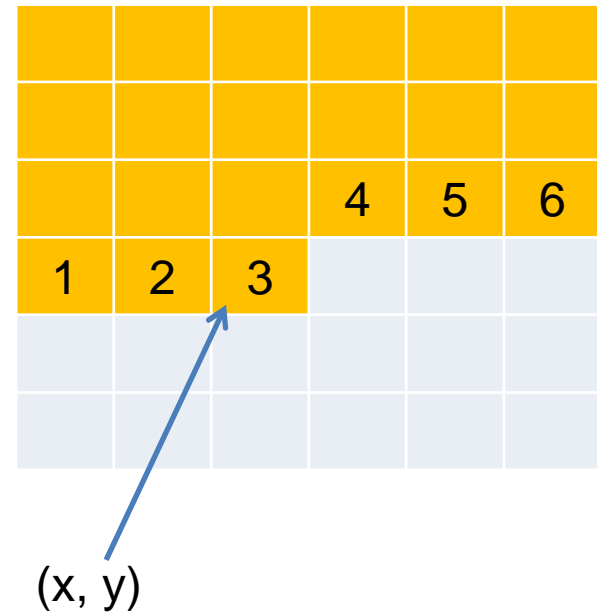
算法分析

- 算法一：搜索
 - 将所有方格按照权值从小到大排序
 - 优先选择权值较小的进行搜索

- 预计得分：30~100

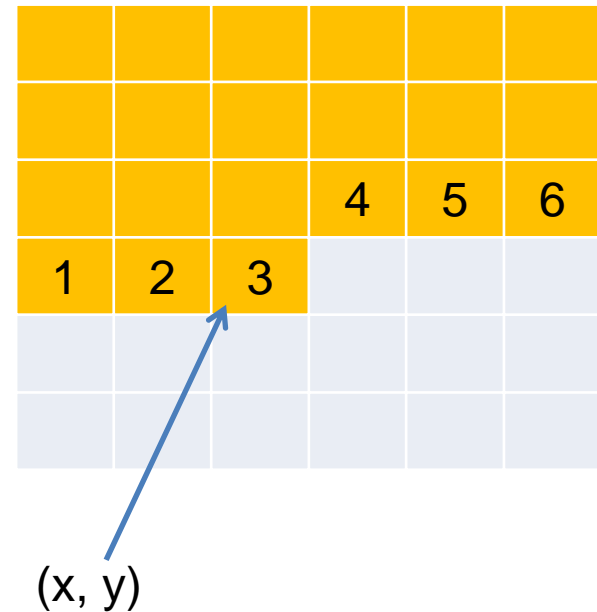
算法分析

- 算法二：基于连通性的状态压缩动态规划
- 状态描述
 - 前 $x - 1$ 行以及第 x 行的前 y 列
 - 每列最后的一个方格，共6个方格之间的连通情况
- $F[x][y][S_{\text{连通}}]$



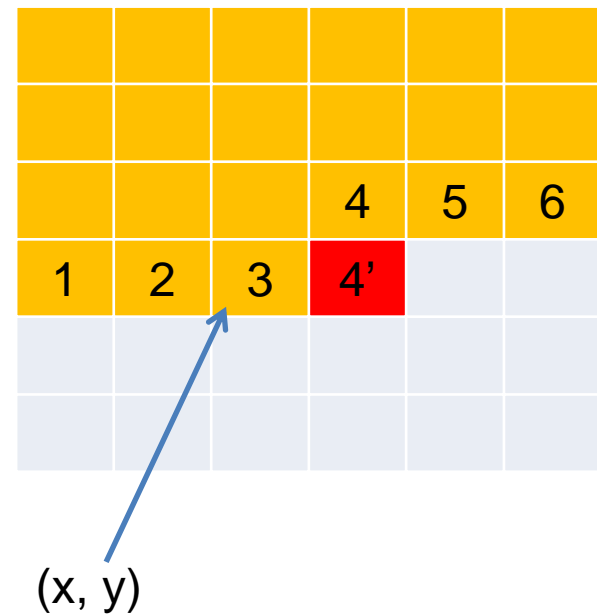
算法分析

- 算法二：基于连通性的状态压缩动态规划
- 状态描述
 - 预先计算所有可能的连通情况 (每行110000左右)
 - 将所有可能的连通情况与自然数之间建立对应
- $F[x][y][S_{\text{连通}}]$



算法分析

- 算法二：基于连通性的状态压缩动态规划
- 状态转移
 - 从 $F[x][y][S]$ 出发
 - 枚举 $(x, y + 1)$ 是否选取，进而更新 S 得到 S'
 - 更新 $F[x][y+1][S']$
 - 类似处理 $\rightarrow (x + 1, 1)$



算法分析

- 算法三：基于树结构的状态压缩动态规划
- 一些显而易见的结论
 - 所选择的方块组成一棵树
 - 叶子结点都是0权方格

算法分析

- 算法三：基于树结构的状态压缩动态规划
- 状态表示
 - 状态描述子树的性质
 - 子树的根的位置 (x, y)
 - 子树中包含的0权结点 (2^N 状态压缩, 记为T)
- $F[x][y][T]$

算法分析

- 算法三：基于树结构的状态压缩动态规划
- 状态转移

- 两棵子树合并

$$F[x][y][T1] + F[x'][y'][T2] \rightarrow F[x][y][T1 \cup T2]$$

- 子树根的延伸

$$F[x][y][T1] + \text{cost}[x'][y'] \rightarrow F[x'][y'][T1 \cup (x', y')]$$

算法分析

- 算法三：基于树结构的状态压缩动态规划
- 时间复杂度： $O(NM3^M)$
- 预计得分：80~100