# 蛋糕（cake）

# 题意

给定正整数 $n, s, k$，你需要输出至多 $n$ 个 $[1, s+200]$ 的正整数 $a_1, a_2, \ldots, a_m$。

交互器有一个秘密的正整数 $p$，且 $p \in [1, s]$。在你输出 $a_1, \ldots, a_m$ 后，交互器会将 $p$ 插入至 $a_1, \ldots, a_m$ 中，然后将其按升序排序为 $b_1, \ldots, b_{m+1}$。

接下来你可以进行以下询问：

- 给出两个下标集 $S_1, S_2$，然后得知两个下标集对应 $b_i$ 的和的大小关系（`<`，`=`，`>`）

在 $k$ 次询问内求出 $p$ 的值。

1. （7 分）$N = 3000, W = 100, K = 100, T \leq 100$

- Follow your heart!

3. （30 分）$N=40, W=10^9, K=30$

$K=30\approx\log_2(10^9)$，并且 $N=40$ 相对较小，想办法每一次按照 $>$ 或者 $<$ 的比较结果确定信息。

先构造 $a=[1,2,2^2,2^3,\dots,2^{29}]$。注意到对 $i=1,2,\dots$ 有 $\sum\limits_{j=0}^{i-1}2^j=2^i-1$。

假如按照 $S_1=\{0,1,\dots,i-1\}, S_2=\{i\}$ 的格式询问：

- $S_1<S_2$：$d$ 在 $i$ 右侧；
- $S_1\geq S_2$：$d$ 在 $i$ 左侧。

$$[\underbrace{\underbrace{1,2,2^2,\dots,2^{k-1}}_{\sum_{j=0}^{i-1}2^j<2^i},d,2^k}_{d+\sum_{j=0}^{i-1}2^j\geq 2^i \,/\, \sum_{j=0}^{i-1}2^j\geq d},2^{k+1},\dots,2^{29}]$$

可以在 $30-\lfloor\log_2 d\rfloor$ 次询问内确定 $d$ 的位置。

接下来已知最高位，对于最高位下的每一位，首先尝试将其从 $S_1$ 中移除后进行比较，

若结果为 $<$ 则说明对应位为 1，否则为 0。

这一步可以在 $\lfloor\log_2 d\rfloor$ 次询问内完成，总次数为 30。

2.（8 分）$N = 3, W = 3, K = 1, T \le 3$

一次机会，一击制胜。$<$、$=$、$>$ 三种结果分别对应三个可能的取值 $1, 2, 3$。

构造 $c = [1, 2, 3]$，那么 $d$ 在不同取值下 $a$ 分别会是：

- $d = 1 : a = [1, 1, 2, 3]$;
- $d = 2 : a = [1, 2, 2, 3]$;
- $d = 3 : a = [1, 2, 3, 3]$。

注意到询问 $S_1 = \{0, 3\}$，$S_2 = \{1, 2\}$ 可以区分上面三种情况。

4. （55 分）$N = 3000, W = 2000, K = 7$

由于 $K = 7 \approx \log_3(2000)$，在 $<$ 与 $>$ 的基础上我们还需要想办法利用 $=$ 的结果。

构造 $c = [1, 2, 3, \ldots, 3^7]$。从 sub2 的思路延伸：首尾配对！

以较小的数据规模为例，询问 $S_1 = \{9, 0, 8, 1\}, S_2 = \{7, 2, 6, 3\}$，$d$ 的位置会影响首尾配对后的总和：

- $1 \le d \le 3$：$[1, 2, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]$ 20>18
- $4 \le d \le 6$：$[1, 2, 3, 4, 5, 6, 6, 7, 8, 9]$ 20=20
- $7 \le d \le 9$：$[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 8, 9]$ 20<22

每次询问后 $d$ 的可能取值个数减少至原本的 $\dfrac{1}{3}$，因此 7 次内可确定 $d$ 的值。


Have fun and enjoy~